

# Matematyka. Solidnie od podstaw. Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 4

ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

**Uczeń powinien otrzymać ocenę:**

**dopuszczającą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące 40–60% wymagań podstawowych,

**dostateczną**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 60 % wymagań podstawowych.

**dobłą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące do 75% wymagań dopełniających

**bardzo dobrą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności stanowiące powyżej 75% wymagań dopełniających.

**celującą**

jeżeli opanował wiedzę i zdobył umiejętności zawarte w wymaganiach wykraczających.

## I. FUNKCJA WYKŁADNICZA

**Uczeń:**

| PODSTAWOWE                                                                                                                    |                                                                                                                                                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                             | P                                                                                                                                                 |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym;                                                            | potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie                                                                                |
| stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań                                                                   | potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi                                                                                                     |
| zna definicję funkcji wykładniczej                                                                                            | potrafi porównywać potęgi                                                                                                                         |
| potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji                                                                        | potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu                                                                            |
| potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów                                                                       | potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji                                    |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw                                                           | potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń) |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor) |                                                                                                                                                   |

**PODSTAWOWE**

| K                                                                                                                           | P |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu |   |
| potrafi rozwiązywać graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze                                                 |   |

**DOPEŁNIAJĄCE**

| R                                                                                                                                                    | D                                                                                                                                     |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną                                                                              | potrafi stosować wiadomości o funkcji wykładniczej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp).                 |
| potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych                                                                               | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych                                  |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg | potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych                                                                  |
| potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych                                    | potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym |
| potrafi wykorzystać funkcję wykładniczą do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym                                                   |                                                                                                                                       |

**WYKRACZAJĄCE**

| W                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze o podwyższonym stopniu trudności;                                             |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych |

## II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA

### Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                                | P                                                                                                                                                                                                                                            |
| zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;                                                   | potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;                                                                                                               |
| zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;                                                                           | potrafi zamienić podstawę logarytmu;                                                                                                                                                                                                         |
| zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;                                                                                              | stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu                                                                                                                                                                      |
| potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy                                            | zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń                                                                                                                                                                   |
| zna definicję funkcji logarytmicznej;                                                                                            | potrafi stosować twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów do obliczania wartości wyrażeń oraz przekształcania wyrażeń z logarytmami                                                                                                          |
| potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji;                                                                         | wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu                                                                                                                                                            |
| potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej;                                                                               | podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej                                                                                                                                                                     |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;                                                           | potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. wyznaczyć $\log_2 20$ wiedząc, że $\log_2 5 = p$ )                                                                                         |
| potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu;                                                        | potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu                                                                                                                                                        |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych ( $S_{0x}$ , $S_{0y}$ , $S(0,0)$ , przesunięcie równoległe o dany wektor); | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji logarytmicznej o określonej dziedzinie                                                                                                                                                              |
|                                                                                                                                  | potrafi graficznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne;                                                                                                                                                               |
|                                                                                                                                  | rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.) |
|                                                                                                                                  | posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp.                                                                                                                           |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                          |                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                                                     | D                                                                                      |
| zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;                                           | potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;                 |
| rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu                                     | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;             |
| potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;                                                        | potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach, twierdzenie o zamianie podstaw logarytmów |
| potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń |                                                                                        |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                                                                |                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                                                                                           | D                                                                                                                                       |
| potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań różnego typu                                                    | potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym |
| potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym                                        | potrafi prowadzić dowody opierające się o twierdzenie o zmianie podstaw logarytmów                                                      |
| potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | potrafi stosować wiadomości o funkcji logarytmicznej w różnych zadaniach (np., dotyczących ciągów, trygonometrii, itp.                  |
| potrafi rozwiązać równania oraz nierówności logarytmiczne korzystając z wykresów odpowiednich funkcji logarytmicznych                       | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych                                  |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną                                                                   | potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia       |
| WYKRACZAJĄCE                                                                                                                                |                                                                                                                                         |
| W                                                                                                                                           |                                                                                                                                         |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem;                                                                      |                                                                                                                                         |
| potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. $\log_2 3$ )                                                                                 |                                                                                                                                         |
| potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej                                |                                                                                                                                         |

### III. ELEMENTY STATYSTYKI

#### Uczeń:

| PODSTAWOWE                                                                                                                                                      |                                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                                                               | P                                                                                                    |
| zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna) | potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów                      |
| zna i rozumie pojęcie skali centylowej                                                                                                                          | potrafi określać zależności między odczytanymi danymi;                                               |
| zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego,                                                           | potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe         |
| potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów i wykresów                                                                                              | wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną                                                        |
| potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów;                                                                                     | wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę                                                         |
| potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne.                                                                                                  | wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami                                            |
| potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych                                                                                                            | wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych                                                         |
| wyznacza medianę i dominantę zestawu danych                                                                                                                     | potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami |
| potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych                                                                                              | stosuje w zadaniach średnią ważoną                                                                   |
| potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami                                                                                                 |                                                                                                      |

## DOPEŁNIAJĄCE

| R                                                                                                          | D                                                                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności.                            | potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach      |
| oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób                                | wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne |
| oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób                  |                                                                                |
| rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona                                            |                                                                                |
| potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej |                                                                                |

## IV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

## Uczeń:

## PODSTAWOWE

| K                                                                                                                                                                         | P                                                                                                                              |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; | wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń                                                                                       |
| potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu;     | potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń                                                              |
| zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń                                                                                      | potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają                                                                                |
| potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań;                                                                                            | zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań;                                            |
| umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego                                                                                                                    | zna określenie prawdopodobieństwa warunkowego i umie rozwiązywać proste zadania dotyczące takiego prawdopodobieństwa;          |
| zna definicję prawdopodobieństwa warunkowego                                                                                                                              | rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego;                                                                    |
| potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się                                                                                                               | wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach |
| zna wzór na prawdopodobieństwo całkowite                                                                                                                                  | potrafi zastosować prawdopodobieństwo całkowite w rozwiązaniu prostych zadań;                                                  |
| potrafi sprawdzić, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym                                                                                | zna wzór Bernoulliego i oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego                         |

## DOPEŁNIAJĄCE

| R                                                                                  | D                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                                                    | stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń                                          |
| umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”; | oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych                                        |
| rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności       | wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach |

| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                                                                      |                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|
| R                                                                                                                                                 | D                                                                                 |
| potrafi obliczać prawdopodobieństwo całkowite zdarzeń                                                                                             | rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności |
| Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności | prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory       |
| stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczania prawdopodobieństwa sumy, iloczynu i różnicy zdarzeń                                   |                                                                                   |
| stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa $k$ sukcesów w $n$ próbach                                                             |                                                                                   |

#### WYKRACZAJĄCE

##### W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa.

## V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIEŁOŚCIANY

### Uczeń:

#### PODSTAWOWE

| K                                                                                                                                  | P                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni                                                                          | potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi                                                                       |
| potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni                                                                     | oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa                                       |
| potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni                                                                            | stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa                                               |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych                                                                 | oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii |
| rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną                                                                                   | oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego                                                                        |
| rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem "kąt liniowy kąta dwuściennego"                                | oblicza objętość graniastosłupa pochyłego                                                                                                    |
| zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa | oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę                                                                                   |
| zna podział graniastosłupów                                                                                                        | potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta;                                       |
| umie narysować siatki graniastosłupów prostych                                                                                     | wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych                                                                                                   |
| potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment                                                          | potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań                                                       |
| potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment                                                              |                                                                                                                                              |
| zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa;        |                                                                                                                                              |
| zna podział ostrosłupów;                                                                                                           |                                                                                                                                              |

**PODSTAWOWE**

| K                                                                                                                                                                                      | P |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| umie narysować siatki ostrosłupów prostych;                                                                                                                                            |   |
| potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów;                            |   |
| potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów; |   |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów                                                                                                                    |   |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów                                                                                                                        |   |

**DOPEŁNIAJĄCE**

| R                                                                                                                                                                     | D                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| przeprowadza wnioski dotyczące położenia prostych w przestrzeni                                                                                                       | przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny                                                               |
| stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych                                                                           | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego |
| stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań                                                                                            | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa              |
| rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii                                                            | przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych                                                                     |
| rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego                                                                                                                  | rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów wielościanów z wykorzystaniem poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii         |
| oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii                                    |                                                                                                                                    |
| potrafi wyznaczać przekroje wielościanów;                                                                                                                             |                                                                                                                                    |
| potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa)                                                                       |                                                                                                                                    |
| potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach prostych zadań;                                                                               |                                                                                                                                    |
| potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań                                                                                         |                                                                                                                                    |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; |                                                                                                                                    |

**WYKRACZAJĄCE**

**W**

|                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## I. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ

| PODSTAWOWE                                                                                                        |                                                                                                                                                       |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| K                                                                                                                 | P                                                                                                                                                     |
| uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu                                  | uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie                                                                     |
| zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie                                                                   | oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie |
| oblicza granice funkcji w punkcie                                                                                 | oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie                                                                                                        |
| zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie                                                             | stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie                                          |
| oblicza granice funkcji w nieskończoności                                                                         | stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania                                                 |
| oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie                                                        | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji                                                                                          |
| oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie                                                                     | potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej                                                                                             |
| korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie                                                       | potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej                                                                                                          |
| zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji                                                                           | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym                                                 |
| zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie                                                                 | potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych                                                                |
| potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów                              |                                                                                                                                                       |
| DOPEŁNIAJĄCE                                                                                                      |                                                                                                                                                       |
| R                                                                                                                 | D                                                                                                                                                     |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux                                                  | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji                                                                          |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna | potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań                                                             |
| potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych                                      | potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk                                                                                               |
| wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki                                  | potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji                                                                                                         |
| WYKRACZAJĄCE                                                                                                      |                                                                                                                                                       |
| W                                                                                                                 |                                                                                                                                                       |
| rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną;                                                       |                                                                                                                                                       |