Scenariusz lekcji

Przedmiot: matematyka
Klasa: II liceum
Czas: 45 minut
Temat: Czy można liczyć jak Mary? Potęgi i pierwiastki bez kalkulatora

Cele lekcji

Uczeń:

- stosuje prawa działań na potęgach,
- oblicza potęgi liczb całkowitych,
- upraszcza wyrażenia zawierające potęgi,
- wyznacza pierwiastki kwadratowe i sześcienne,
- rozpoznaje liczby będące potęgami liczb naturalnych,
- wykorzystuje rozkład liczby na czynniki do sprawnego rachunku,
- potrafi znaleźć kilka różnych strategii rozwiązania zadania.

Materiały

- fragment filmu **„Obdarowani" (*Gifted*, 2017)**,
- karta pracy,
- tablica/projektor,
- opcjonalnie: stoper lub timer.

Przebieg lekcji

1. „Czy naprawdę można tak liczyć?" – 5 min

Nauczyciel pokazuje krótki fragment filmu, w którym Mary wykonuje skomplikowane obliczenia w pamięci.

Po projekcji pytania:

Co zrobiło na Was największe wrażenie?
Czy takie obliczenia rzeczywiście wymagają kalkulatora?
Czy szybkość liczenia zawsze oznacza trudność zadania?

Nauczyciel zapisuje na tablicy:

„Nie liczymy szybciej. Szukamy sprytniejszego sposobu."

---

2. Matematyczny „trening Mary" – 10 min

Uczniowie indywidualnie rozwiązują **Zadanie 1** z karty pracy.

Przykładowe działania:

$$2^8,\ 3^5,\ 5^4,\ 10^6$$

Następnie nauczyciel pyta:

Jak obliczyć 25^2, nie wykonując mnożenia pisemnego?

Uczniowie mogą zauważyć:

$$25^2 = (5^2)^2 = 5^4 = 625$$

lub:

$$25^2 = (20 + 5)^2.$$

---

3. „Sekret dużych liczb" – 10 min

Uczniowie pracują w parach.

Rozwiązują zadania wymagające wykorzystania praw działań na potęgach:

$$2^5 \cdot 2^7$$
$$\frac{3^8}{3^5}$$
$$(5^2)^3$$
$$\frac{2^{10} \cdot 2^3}{2^8}$$

Nauczyciel zwraca uwagę, że **nie trzeba obliczać ogromnych liczb**, ponieważ można najpierw uprościć wykładniki.

Przykład:

$$2^5 \cdot 2^7 = 2^{12}.$$

---

4. „Pierwiastki – czy też da się sprytnie?" – 10 min

Uczniowie rozwiązują Zadanie 3.

Np.:

$$\sqrt{144}$$
$$\sqrt{625}$$
$$\sqrt{2025}$$
$$\sqrt{3600}$$

oraz:

$$\sqrt[3]{216},\ \sqrt[3]{1000}.$$

Następnie pojawia się pytanie:

Jak obliczyć $\sqrt{2025}$, jeśli nie pamiętamy tej liczby?

Uczniowie mogą wykorzystać:

$$2025 = 81 \cdot 25$$

więc:

$$\sqrt{2025} = \sqrt{81} \cdot \sqrt{25} = 9 \cdot 5 = 45.$$

---

5. Matematyczny pojedynek „Mary kontra kalkulator" – 7 min

Uczniowie pracują w parach.

Nauczyciel podaje kolejno działania. Para, która zna wynik, **nie krzyczy odpowiedzi**, tylko podnosi rękę.

Przykłady:

$$99^2$$
$$101^2$$
$$2^{10}$$
$$\sqrt{4900}$$
$$\sqrt{2500}$$
$$5^3 \cdot 5^2$$
$$\sqrt[3]{8000}$$

Punkt otrzymuje para, która poda **wynik oraz sposób jego szybkiego uzyskania**.

---

6. Podsumowanie – 3 min

Na zakończenie uczniowie kończą zdanie:

„Dzisiaj odkryłem/am, że duża liczba nie zawsze oznacza trudne obliczenie, ponieważ..."

Można również zastosować szybki „exit ticket":

Oblicz bez kalkulatora:

$$\sqrt{1600} + 2^5$$

Odpowiedź:

$$40 + 32 = 72.$$

KARTA PRACY

„CZY MOŻNA LICZYĆ JAK MARY?"

Imię i nazwisko: .....

CZĘŚĆ I. Rozgrzewka – potęgi

Oblicz bez kalkulatora.

1. $2^6 =$.....
2. $3^4 =$.....
3. $5^3 =$.....
4. $10^5 =$.....
5. $7^2 =$.....
6. $4^3 =$.....

CZĘŚĆ II. Duże liczby, małe sztuczki

Oblicz, **wykorzystując prawa działań na potęgach**.

1.

$$2^5 \cdot 2^7 =$$

2.

$$3^8 : 3^5 =$$

3.

$$(5^2)^3 =$$

4.

$$\frac{2^{10} \cdot 2^3}{2^8} =$$

5.

$$\frac{7^6}{7^2} =$$

CZĘŚĆ III. Potęgi dużych liczb

Spróbuj znaleźć sposób, aby obliczyć bez kalkulatora.

1.

$$25^2 =$$

Sposób:

.....

2.

$$50^2 =$$

Sposób:

.....

3.

$$1001^2 =$$

Sposób:

.....

4.

$$99^2 =$$

Sposób:

.....

CZĘŚĆ IV. Pierwiastki

Oblicz:

1. $\sqrt{144} =$.....
2. $\sqrt{225} =$.....
3. $\sqrt{625} =$.....
4. $\sqrt{900} =$.....
5. $\sqrt{1600} =$.....
6. $\sqrt{3600} =$.....

CZĘŚĆ V. Nie musisz znać wyniku – rozłóż liczbę!

Oblicz, rozkładając liczbę pod pierwiastkiem.

1.

$$\sqrt{2025}$$

.....

2.

$$\sqrt{3600}$$

.....

3.

$$\sqrt{4900}$$

.....

4.

$$\sqrt{8100}$$

.....

CZĘŚĆ VI. Pierwiastki sześcienne

Oblicz:

$$\sqrt[3]{8} =$$
$$\sqrt[3]{27} =$$
$$\sqrt[3]{125} =$$
$$\sqrt[3]{216} =$$
$$\sqrt[3]{1000} =$$
$$\sqrt[3]{8000} =$$

⭐ **WYZWANIE „JAK MARY”**

Spróbuj wykonać działania **bez kalkulatora**. Zapisz sposób, a nie tylko wynik.

1.

$$49^2 =$$

Mój sposób:

.....

2.

$$51^2 =$$

Mój sposób:

.....

3.

$$999^2 =$$

Mój sposób:

.....

4.

$$\sqrt{998001} =$$

Mój sposób:

.....

5. SUPERWYZWANIE

Oblicz:

$$2^{10} + 3^4 - \sqrt{625}$$

Wynik: .....

Jak to zrobiłem/am?

.....

🎯 **REFLEKSJA**

Dokończ:

Najbardziej zaskoczyło mnie, że:

.....

Najbardziej przydatna strategia to:

.....

Czy kalkulator zawsze jest potrzebny? Dlaczego?

.....

Odpowiedzi dla nauczyciela

Część I: 64, 81, 125, 100 000, 49, 64.

Część II:

1. $2^{12} = 4096$
2. $3^3 = 27$
3. $5^6 = 15625$
4. $2^5 = 32$

5. $7^4 = 2401$

Część III:

- $25^2 = 625$
- $50^2 = 2500$
- $1001^2 = 1\,002\,001$
- $99^2 = 9801$

Część IV: 12, 15, 25, 30, 40, 60.

Część V: 45, 60, 70, 90.

Część VI: 2, 3, 5, 6, 10, 20.

Wyzwanie:

- $49^2 = 2401$
- $51^2 = 2601$
- $999^2 = 998001$
- $\sqrt{998001} = 999$
- $2^{10} + 3^4 - \sqrt{625} = 1024 + 81 - 25 = 1080$

Pomysł na rozszerzenie: na kolejnej lekcji można wykorzystać sceny z filmu jako wprowadzenie do **potęg o wykładniku całkowitym, notacji wykładniczej i szacowania wartości pierwiastków**. To pozwoli przejść od „efektu Mary” do bardziej formalnych metod matematycznych.